TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN, ĐHQG-HCM

ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN

Học kỳ II – Năm học 2017-2018

MÃ LƯU TRỮ
(do phòng KT-ĐBCL ghi)
CK17192_MTH00030

Tên học phần:	**ĐẠI SỐ TUYẾN TÍNH**	**Mã HP:**	**MTH 00030**
Thời gian làm bài:	**90 phút**	Ngày thi:	**20/ 06/ 2018**
Ghi chú: *Sinh viên **không được phép sử dụng tài liệu** khi làm bài.*			

Câu 1 (2,5 *điểm*). Giải và biện luận hệ phương trình sau theo tham số thực m bằng qui tắc Cramer

$$\begin{cases} 2x+2y+z=0 \\ (2-m)y+2z-x=1 \\ (m+3)z+3mx+2y=2 \end{cases}$$

Câu 2 (2 *điểm*). Trong không gian vector $\mathbf{R}^4$, xét không gian con

$V = \{\, X = (x-2y-z+4t,\ 2x-5y-4z+9t,\ 3x-4y+z+10t,\ -2x+8y+10z-12t) \,/\, x, y, z, t \in \mathbf{R}\}$

a) Tìm tập hợp S hữu hạn $\subset \mathbf{R}^4$ sao cho $<S> = V$ và tìm một cơ sở A cho không gian V.

b) Cho $\alpha = (3, 5, p, q) \in \mathbf{R}^4$. Tìm p, q sao cho $\alpha \in V$.

Câu 3 (2 *điểm*).

$\mathbf{R}^3$ có cơ sở chính tắc B và cơ sở $C = \{\, X_1 = (1, 0, 1), X_2 = (3,-3, 5), X_3 = (-3, 2, -4) \,\}$.

a) Tìm các ma trận đổi cơ sở $P = (B \to C)$ và $Q = (C \to B)$.

b) Cho $\beta = (3,-1, 4) \in \mathbf{R}^3$ và $\gamma \in \mathbf{R}^3$ thỏa $[\gamma]_C = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ -5 \end{pmatrix}$. Tính γ và $[\beta]_C$.

Câu 4 (3,5 *điểm*). Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbf{R}^4 \to \mathbf{R}^3$ với

$f(X) = (3x-2y+3z+t,\ -x+2y-2z+3t,\ 2x-3y+3z-t)\ \ \forall X = (x, y, z, t) \in \mathbf{R}^4$.

a) Tìm một cơ sở cho $\mathrm{Ker}(f)$ để xác định nhanh không gian $\mathrm{Im}(f)$.

b) $\mathbf{R}^4$ có cơ sở chính tắc D. $\mathbf{R}^3$ có cơ sở chính tắc B và cơ sở C như trong **Câu 3**.

Viết $[f]_{D,B}$ rồi tính $[f]_{D,C}$.

c) Cho toán tử tuyến tính $g: \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ thỏa $[g]_C = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -1 & 3 & 0 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$.

Tính $[g]_B$ rồi suy ra biểu thức của g.

HẾT

GHI CHÚ: *Các bước tính toán cần trình bày rõ ràng và đầy đủ.*

TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN, ĐHQG-HCM

ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN

Học kỳ 2 – Năm học 2017-2018

MÃ LƯU TRỮ
(do phòng KT-ĐBCL ghi)
CK17182 MTH00031

Tên học phần:	**ĐẠI SỐ ĐẠI CƯƠNG**	**Mã HP:**	**MTH00031**
Thời gian làm bài:	**90 phút**	Ngày thi:	**21/06/2018**

Ghi chú: *Sinh viên [☐ được phép / ☒ không được phép] sử dụng tài liệu khi làm bài.*

Họ tên sinh viên: .... **MSSV:** .... **STT:** .....

Câu 1 (4,0 *điểm*). Cho G là tập các số thực dương khác 1. Với $x, y \in G$, đặt

$$x * y = 2^{\ln x \ln y}.$$

a) Chứng minh $(G,*)$ là một nhóm aben.

b) Tìm tất cả các phần tử có cấp 2 của G.

c) Chứng minh rằng trong G không tồn tại phần tử nào có cấp hữu hạn $n > 2$.

Câu 2 (1,0 *điểm*). Cho G là một nhóm aben. Chứng minh rằng tập tất cả các phần tử có cấp hữu hạn của G là một nhóm con của G. Kết quả trên còn đúng hay không khi G không aben? Tại sao?

Câu 3 (3,0 *điểm*). Trong vành $\mathrm{M}_2(\mathbb{R})$ các ma trận vuông cấp 2 với hệ số thực, cho

$$I = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \middle| a, b \in \mathbb{R} \right\}.$$

a) Chứng minh I là vành con của $\mathrm{M}_2(\mathbb{R})$.

b) I có là idean trái của $\mathrm{M}_2(\mathbb{R})$ không?

c) I có là idean phải của $\mathrm{M}_2(\mathbb{R})$ không?

d) I có là idean của $\mathrm{M}_2(\mathbb{R})$ không?

Câu 4 (2,0 *điểm*). Trong $\mathbb{C}[x]$ cho các đa thức $f(x), g(x)$ định bởi

$$f(x) = x^{2n} + x^{n+1} + x - 1 \ (n \in \mathbb{N}),$$
$$g(x) = x^2 - x + 1.$$

a) Chứng minh rằng $g(x)$ chỉ có nghiệm đơn trong $\mathbb{C}$.

b) Xác định $n \in \mathbb{N}$ để $f(x)$ chia hết cho $g(x)$ trong $\mathbb{C}[x]$.

------------ Hết ------------

TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN, ĐHQG-HCM

MÃ LƯU TRỮ
(do phòng KT-ĐBCL ghi)
CK17182_TTH502

ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN
Học kỳ II – Năm học 2017-2018

Tên học phần:	Lý Thuyết trường và Galois	**Mã HP:**	TTH 502
Thời gian làm bài:	120'	Ngày thi:	12/06/2018

Ghi chú: *Sinh viên* [☐ *được phép* / ☒ *không được phép*] *sử dụng tài liệu khi làm bài.*

Câu 1 (2 *điểm*). Chứng minh rằng: Nếu F là mở rộng đại số trên K và R là vành con của F chứa K thì R là trường.

Câu 2 (2 *điểm*). Cho K là trường phân rã của đa thức $X^4 - 3X^2 + 4$ trên $\mathbb{Q}$. Tính nhóm Galois của $K/\mathbb{Q}$.

Câu 3 (2 *điểm*). Cho $f(X)$ là đa thức bậc n trên trường K và L là trường phân rã của f trên K. Chứng minh rằng: $[L : K]$ chia hết $n!$.

Câu 4 (2 *điểm*). Cho K là trường đặc trưng $p > 0$ và L là mở rộng thuần túy không tách được trên K với $[L : K] = p^n$. Chứng minh rằng: $a^{p^n} \in K, \forall a \in L$.

Câu 5 (2 *điểm*). Cho K là trường đặc trưng $p > 0$, $a \in K$ và $f(X) = X^p - X - a$.

a) Gọi L là trường phân rã của đa thức f trên K. Chứng minh rằng: L/K là mở rộng đơn.

b) Chứng minh rằng: nếu K chứa 1 nghiệm của f thì f phân rã trên K.

———————Hết———————

TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN, ĐHQG-HCM

ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN

Học kỳ II – Năm học 2017-2018

MÃ LƯU TRỮ (do phòng KT-ĐBCL ghi)

CK17182_TTH403

Tên học phần:	**Đại Số Đồng Điều**	**Mã HP:**	**TTH 403**
Thời gian làm bài:	**120'**	Ngày thi:	**16/06/2018**

Ghi chú: *Sinh viên* [☐ *được phép* / ☒ *không được phép*] *sử dụng tài liệu khi làm bài.*

Câu 1 (2 *điểm*). Cho biểu đồ các đồng cấu: trong đó dòng là khớp, $gh = 0$.

$$\begin{tikzcd} & & X \arrow[d, "h"] & \\ 0 \arrow[r] & A \arrow[r, "f"] & B \arrow[r, "g"] & C \end{tikzcd}$$

Chứng minh rằng: tồn tại duy nhất đồng cấu $\psi : X \to A$ sao cho $f\psi = h$.

Câu 2 (2 *điểm*). Cho biểu đồ các đồng cấu

$$\begin{tikzcd} A \arrow[r, "h"] \arrow[d] & B \arrow[r, "k"] \arrow[d] & C \\ X \arrow[r, "f"] & Y \arrow[r, "g"] & J \end{tikzcd}$$

Trong đó hình vuông giao hoán, dòng trên là khớp, $gf = 0$ và J là môđun nội xạ. Chứng minh rằng tồn tại đồng cấu $\varphi : C \to J$ sao cho hình vuông bên phải cũng giao hoán.

Câu 3 (2 *điểm*). Cho biểu đồ các đồng cấu: trong đó dòng là khớp, P là môđun xạ ảnh, $gh = 0$.

$$\begin{tikzcd} & P \arrow[d, "h"] & \\ A \arrow[r, "f"] & B \arrow[r, "g"] & C \end{tikzcd}$$

Chứng minh rằng: tồn tại đồng cấu $\psi : P \to A$ sao cho $f\psi = h$.

Câu 4 (2 *điểm*). Cho M là R-môđun chia được và N là môđun con của M. Chứng minh rằng:

a) M/N là R-môđun chia được.

b) Nếu N là hạng tử trực tiếp của M thì N cũng là R-môđun chia được.

Câu 5 (2 *điểm*). Cho A là R-môđun phải, N là môđun con của R-môđun trái M, $\pi : M \to M/N$ là toàn cấu tự nhiên. Tính $Ker(\pi \otimes 1_A)$.

———— Hết ————

TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN, ĐHQG-HCM

ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN

Học kỳ II – Năm học: 2017-2018

MÃ LƯU TRỮ
(do Phòng KT-ĐBCL ghi)
CK17182_TTH422

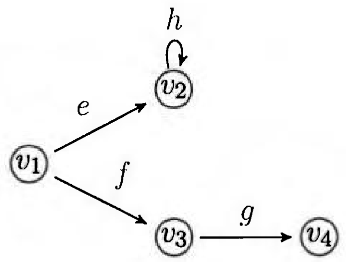
Tên học phần: **ĐẠI SỐ ĐỒ THỊ**	**Mã HP:** **TTH422**
Thời gian làm bài: 90 phút	Ngày thi: 13/06/2018
Họ và tên sinh viên:..	MSSV: ....

Ghi chú: *Sinh viên* **được phép** *sử dụng tài liệu khi làm bài.*

Câu 1. Cho E là một đồ thị và K là trường. Chứng minh rằng mọi phần tử $x \in L_K(E)$ đều có dạng:

$$x = \sum_i k_i p_i q_i^*, \quad \text{với } k_i \in K, p_i, q_i \in \text{Path}(E).$$

Câu 2. Cho K là trường và E là đồ thị có dạng:

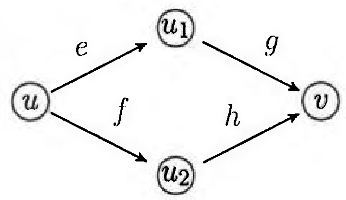


a) Xác định tất cả các tập con di truyền và tập con bảo hòa của E. Giải thích.

b) Dựa vào các kết quả đã biết, hãy xác định cấu trúc đại số của $L_K(E)$.

c) Trong các ideal trái $L_K(E)v_i$ của $L_K(E)$ (với $i = 1, 2, 3, 4$), ideal nào là ideal trái tối tiểu? Giải thích.

Câu 3. Cho K là trường và E là đồ thị có dạng:



a) Mô tả vành con $uL_K(E)u$.

b) Xác định $\text{soc}(L_K(E))$.

Câu 4. Cho R là vành đơn vô hạn thuần túy và có đơn vị địa phương. Chứng minh rằng, với mọi $x, y \in R \setminus \{0\}$, tồn tại $s, t \in R$ sao cho $y = sxt$.

–HẾT–