

**ĐỀ THI TUYỂN SINH SAU ĐẠI HỌC NĂM 2015 – ĐỢT 2
(ĐỀ TỰ LUẬN)**

MÃ SỐ ĐỀ THI:.....1.....

NGÀNH (Chuyên ngành): TOÁN

MÔN CƠ BẢN:

MÔN CƠ SỞ:

Tên môn thi: TOÁN CƠ BẢN (PHẦN ĐẠI SỐ)

Thời gian làm bài: 120 phút

không dùng tài liệu

Câu 1 (2,5 điểm). Cho toán tử tuyến tính f trên \mathbb{R}^3 định bởi

$$f(x, y, z) = (3x - y - z, x + y - z, x - y + z).$$

- a) Tìm một cơ sở B của \mathbb{R}^3 và một ma trận chéo D sao cho $[f]_B = D$.
- b) Với mỗi $m \in \mathbb{R}$, đặt $g_m = f - mId_{\mathbb{R}^3}$, trong đó $Id_{\mathbb{R}^3}$ là ánh xạ đồng nhất trên \mathbb{R}^3 . Chứng minh g_m chéo hóa được và chỉ ra một ma trận biểu diễn của g_m có dạng chéo.

Câu 2 (2,5 điểm). Trong không gian \mathbb{R}^4 với tích vô hướng $\langle \cdot | \cdot \rangle$ thông thường, cho W là không gian con sinh bởi các véc tơ

$$u_1 = (1, 1, 5, 3); u_2 = (2, 1, 6, 4); u_3 = (-1, 1, 3, 1); u_4 = (9, 5, 29, 19).$$

- a) Tìm một cơ sở trực chuẩn của không gian W^\perp .
- b) Cho $u, v \in W$ thỏa $\langle 3u - w | v \rangle = \langle u | 3v + 2w \rangle$ với mọi $w \in W$. Chứng minh u, v phụ thuộc tuyến tính.

HỘI ĐỒNG TUYỂN SINH SAU ĐẠI HỌC
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN

ĐỀ THI TUYỂN SINH SAU ĐẠI HỌC NĂM 2015-ĐỢT 2
(ĐỀ TỰ LUẬN)

MÃ SỐ ĐỀ THI 1 NGÀNH (Chuyên Ngành): TOÁN
Tên môn thi: Toán cơ bản (phần giải tích)
Thời gian làm bài : 120 phút (tự luận) không dùng tài liệu

Nội dung câu hỏi đề thi: Đề 1-Phần Giải Tích

1. (1 điểm) Cho ánh xạ $d: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow [0, +\infty)$ thỏa

$$d(x, y) = |xe^{x^2} - ye^{y^2}|.$$

Chứng minh d là 1 metric trên \mathbb{R} .

2. (1 điểm) Trong \mathbb{R}^2 , cho tập $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < 1\}$. Chứng minh A là tập mở.

3. (2 điểm) Cho $C([0, 1])$ là không gian các hàm liên tục trên $[0, 1]$. Với mỗi $f \in C([0, 1])$, ta đặt

$$\|f\| = \int_0^1 x |f(x)| dx$$

a) Chứng minh $\|\cdot\|$ là 1 chuẩn.

b) Cho $(f_n) \in C([0, 1])$ thỏa $|f_n(x)| \leq \frac{1}{1+e^{nx}}$, $x \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{Z}^+$. Chứng minh dãy (f_n) hội tụ về 0 trong $(C([0, 1]), \|\cdot\|)$.

4. (1 điểm) Cho $f_n(x) = \frac{\sin(nx)}{1+nx}$, $x \in [0, +\infty)$, $n \in \mathbb{Z}^+$.

a. Chứng minh dãy hàm $\{f_n\}_{n \in \mathbb{Z}^+}$ hội tụ từng điểm về hàm f trên $[0, +\infty)$.

b. Chứng minh dãy hàm $\{f_n\}_{n \in \mathbb{Z}^+}$ hội tụ đều về hàm f trên $[1, +\infty)$.

Trang: 2

Đề Thi gồm: 2 Trang

ĐỀ THI TUYỂN SINH SAU ĐẠI HỌC NĂM 2015-ĐỢT 2
(ĐỀ TỰ LUẬN)

ĐỀ THI SỐ: 2

NGÀNH (Chuyên ngành): TOÁN GIẢI TÍCH

MÔN CƠ BẢN: □

MÔN CƠ SỞ: ×

Tên môn thi: GIẢI TÍCH CƠ SỞ

Thời gian làm bài: 120 phút (tự luận)

không dùng tài liệu

PHẦN 1

Câu 1 (2 điểm).

Trong \mathbb{R}^2 xét chuẩn $\|x\| = \max\{|x_1|, |x_2|\}$, $x = (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2$ và tập $S = \{x \in \mathbb{R}^2 : \|x\| = 1\}$.

a) Vẽ tập S trong \mathbb{R}^2 .

b) Chứng minh rằng S không thỏa tính chất sau

$$\forall \varepsilon \in (0, 2], \exists \delta_\varepsilon > 0 : \forall x, y \in S, \|x - y\| \geq \varepsilon \Rightarrow \left\| \frac{x + y}{2} \right\| \leq 1 - \delta_\varepsilon.$$

Câu 2 (3 điểm).

Ký hiệu $X = C[-1, 1]$ là không gian Banach gồm các hàm $x : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ liên tục trên $[-1, 1]$ đối với chuẩn $\|x\| = \sup_{|t| \leq 1} |x(t)|$, $x \in X$.

Với mỗi số thực $m > 0$ và với $x \in X$, ta đặt

$$\|x\|_m = \sup_{|t| \leq 1} e^{-m(t+1)} |x(t)|.$$

a) Chứng minh rằng $\|\cdot\|_m$ là một chuẩn trên X và tương đương với chuẩn $\|\cdot\|$.

b) Với mỗi $x \in X$, ta đặt

$$(Bx)(t) = \cos t + \int_0^t \sin^2(t^2 x(s)) ds, \quad -1 \leq t \leq 1.$$

Chứng minh rằng

(i) $B : X \rightarrow X$ và thỏa bất đẳng thức

$$\|Bx - By\|_m \leq \frac{2}{m} (1 - e^{-2m}) \|x - y\|_m \quad \forall x, y \in X.$$

(ii) Phương trình $x = Bx$ có duy nhất một nghiệm trong X .

PHẦN HAI: GIẢI TÍCH PHỨC (5 điểm/ 2 câu).

Câu 3 (3 điểm): Một kết quả sơ cấp trong *Hàm biến thực* được phát biểu như sau: “Giả sử $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ là một miền (mở và liên thông), và giả sử $u : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ là hàm thực khả vi liên tục trên Ω . Khi đó, nếu $\nabla u = 0$ trên toàn miền Ω , thì u là hàm hằng trên Ω ” (Định lý đặc trưng miền). Hãy áp dụng kết quả này (không cần chứng minh lại) để giải vấn đề sau:

Giả sử $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ là hàm chỉnh hình (giải tích phức) trên miền $\Omega \subset \mathbb{C}$, với $z = x + iy$, u và v là các hàm thực hai biến, và ảnh của hàm f nằm trong mặt phẳng (Ouv) . Ta định nghĩa hàm liên hợp \bar{f} là đối xứng của f qua trục Ou trong mặt phẳng (Ouv) . Chứng minh rằng cả f và \bar{f} đều là các hàm chỉnh hình (giải tích phức) trên Ω nếu và chỉ nếu f là hàm hằng trên Ω .

Câu 4 (2 điểm): Dùng phương pháp Phép tính Thặng dư để chứng minh rằng

$$\int_0^{2\pi} \frac{\cos \theta}{2 + \cos \theta} d\theta = 2\pi \left(1 - \frac{2\sqrt{3}}{3} \right).$$

Hết.

ĐỀ THI TUYỂN SINH SAU ĐẠI HỌC NĂM 2015-ĐỢT 2
(ĐỀ TỰ LUẬN)

MÃ SỐ ĐỀ THI: 1 NGÀNH (chuyên ngành): Đại số và lý thuyết số

MÔN CƠ BẢN: □ MÔN CƠ SỞ: X

Tên môn thi: Đại số cơ sở

Thời gian làm bài: 120 phút (tự luận) Không dùng tài liệu

Câu 1. (3đ) Cho \mathbb{R} là tập các số thực, ký hiệu $\mathbb{R}^* = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Đặt $G = \mathbb{R}^* \times \mathbb{R}$, định nghĩa phép toán trên G như sau:

$$\forall (a_1, b_1), (a_2, b_2) \in G, (a_1, b_1) * (a_2, b_2) = (a_1 a_2, a_1 b_2 + b_1).$$

a) Chứng minh $(G, *)$ là một nhóm không giao hoán.

b) Đặt $K = \{(1, b) \in G : b \in \mathbb{R}\}$. Chứng minh K là nhóm con chuẩn tắc trong G và G/K đẳng cấu nhóm với $(\mathbb{R}, +)$.

Câu 2. (1đ) Cho p là số nguyên tố và R là vành có đơn vị. Chứng minh rằng: Nếu cấp của R bằng p^2 thì R là vành giao hoán.

Câu 3. (2đ) $\forall a \in \mathbb{Z}$, ký hiệu $a + 100\mathbb{Z} \in \mathbb{Z}_{100}$ bằng \bar{a} .

a) Tìm tất cả các $\bar{x} \in \mathbb{Z}_{100}$, thỏa mãn $6(\bar{x} + \bar{5}) = \bar{58}$.

b) Tìm ideal I của \mathbb{Z}_{100} thỏa mãn \mathbb{Z}_{100}/I đẳng cấu vành với \mathbb{Z}_5 .

Câu 4. (2đ) Cho (G, \cdot) là nhóm giao hoán hữu hạn và e là phần tử đơn vị của G . Với $a \in G$, ký hiệu $|a|$ là cấp của phần tử a .

a) Chứng minh rằng: Nếu $(|a|, |b|) = 1$ thì $|ab| = |a| \cdot |b|$.

b) Gọi $x \in G$ là phần tử có cấp lớn nhất trong G . Chứng minh rằng: $\forall a \in G, a^{|x|} = e$.

Câu 5. (2đ) Cho đa thức $f(x) = x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 11x - 6 \in \mathbb{Q}[x]$.

a) Phân tích $f(x)$ thành tích các đa thức bất khả quy trên \mathbb{Q} .

b) Cho $g(x) = x^4 + 2x^3 - x^2 + mx - 3 \in \mathbb{Q}[x]$. Tìm tất cả các giá trị m sao cho ước chung lớn nhất của $f(x)$ và $g(x)$ bằng 1.

Hết

ĐỀ THI TUYỂN SINH SAU ĐẠI HỌC NĂM 2015—ĐỢT 2
(ĐỀ TỰ LUẬN)

MÃ SỐ ĐỀ THI **2** Ngành (Chuyên ngành): LT Xác suất và thống kê toán học

Môn cơ bản Môn cơ sở

Tên môn thi: Xác suất Thống kê

Thời gian làm bài: 120 phút (tự luận) Không dùng tài liệu.

Nội dung câu hỏi đề thi:

Bài I (6 điểm) X_i ($i = 1, \dots, n$) là các biến số ngẫu nhiên độc lập.

$X_i = 1$ với xác suất p chưa biết, còn $X_i = 0$ với xác suất $1 - p$.

Đặt $X = (X_1, \dots, X_n)$ và $T = X_1 + \dots + X_n$.

- (i). (1 điểm) Chứng minh T là thống kê đủ cho tham p .
- (ii). (2 điểm) Với các hệ số hằng a_1, \dots, a_n chọn sao cho hàm $\delta(X) = \sum_1^n a_i X_i$ là ước lượng không chệch (ULKC) cho tham p , hãy tính

$$h(T) = E[\delta(X)|T].$$

Chỉ rõ $h(T)$ không phụ thuộc vào tham p .

- (iii). (3 điểm) Chứng minh $h(T)$ là ULKC duy nhất hàm của T cho tham p . Suy ra $h(T)$ có phương sai bé nhất trong lớp tất cả các ULKC cho p .

Bài II (4 điểm) Xét các biến ngẫu nhiên X, Y, X_1, X_2, \dots cùng lấy giá trị trên một không gian $(\mathcal{X}, \mathcal{B})$, và hàm đo được $g : (\mathcal{X}, \mathcal{B}) \rightarrow (\Gamma, \mathcal{C})$.

- (i). (1 điểm) Các biến ngẫu nhiên X và Y cùng phân phối trên không gian $(\mathcal{X}, \mathcal{B})$. Chỉ rõ $g(X)$ và $g(Y)$ cùng phân phối.
- (ii). (1 điểm) Chỉ rõ σ -đại số cảm sinh bởi $g(X)$ là σ -đại số con của σ -đại số cảm sinh bởi X .
- (iii). (1 điểm) Chỉ rõ, nếu X_1, X_2, \dots là các biến ngẫu nhiên độc lập, thì $g(X_1), g(X_2), \dots$ cũng độc lập.
- (iv). (1 điểm) X_1, X_2, \dots là các biến ngẫu nhiên độc lập và cùng phân phối. Giả sử $g(X_1)$ là biến số ngẫu nhiên khả tích. Khi đó tính chất hội tụ của $n^{-1} \sum_{i=1}^n g(X_i)$ sẽ thế nào?

HỘI ĐỒNG TUYỂN SINH SAU ĐẠI HỌC
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN

ĐỀ THI TUYỂN SINH SAU ĐẠI HỌC NĂM 2015 - ĐỢT 2

(ĐỀ TỰ LUẬN)

MÃ SỐ ĐỀ THI:

2

NGÀNH (Chuyên ngành): Toán ứng dụng

MÔN CƠ BẢN:

MÔN CƠ SỞ:

Tên môn thi: Cơ sở Toán ứng dụng

Thời gian làm bài: 120 phút (tự luận)

không dùng tài liệu, được dùng máy tính bỏ túi

Nội dung câu hỏi đề thi:

- (2 điểm) Trong kinh tế, gọi C là chi phí sản xuất ứng với sản lượng x . Chi phí trung bình (cho mỗi sản phẩm) được định nghĩa là $\frac{C(x)}{x}$ và chi phí cận biên được định nghĩa là $C'(x)$. Chứng tỏ rằng chi phí trung bình là nhỏ nhất chỉ khi nó đúng bằng chi phí cận biên.
- (2 điểm) Một vật hình hộp chữ nhật đang có kích thước dài 1 mét, rộng 2 mét, cao 3 mét. Dưới tác động của môi trường kích thước của vật đang thay đổi, chiều dài tăng với tốc độ 0,3 mét/giây, chiều rộng tăng 0,2 mét/giây, và chiều cao giảm 0.1 mét/giây. Hỏi thể tích của vật đang tăng hay đang giảm?
- (3 điểm) Một mảnh kim loại phẳng có dạng hình tròn $x^2 + y^2 \leq 1$, được nung nóng theo thiết kế sao cho nhiệt độ tại điểm (x, y) là $x^2 + 2y^2 - x$. Hỏi trên mảnh kim loại ở đâu nóng nhất, ở đâu nguội nhất?
- (3 điểm) Giả sử mật độ dân số ở một vùng được mô hình hóa bởi hàm $f(x, y) = 100(y + 1)$, với đơn vị chiều dài là km và đơn vị dân số là ngàn người. Hãy tính số dân trong vùng được bao bởi các đường cong $x = y^2$ và $x = 2y - y^2$.

Hết

Đề thi gồm: 1 trang

ĐỀ THI TUYỂN SINH SAU ĐẠI HỌC NĂM 2015 - ĐỢT 2
(ĐỀ TỰ LUẬN)

MÃ SỐ ĐỀ THI: 1

NGÀNH (Chuyên ngành): SINH HỌC

MÔN CƠ BẢN

Tên môn thi: TOÁN THỐNG KÊ SINH HỌC

Thời gian làm bài: 120 phút

Không dùng tài liệu

Câu 1. (2 điểm)

Ở một quần thể chim, các tổ có 0 ; 1 ; 2 và 3 trứng có tỷ lệ tương ứng là 0,1; 0,2; 0,4 và 0,3. Xác suất để mỗi trứng nở thành chim ứng với số trứng trong tổ cho ở bảng sau:

Số trứng trong tổ	1	2	3
Xác suất nở	0,9	0,7	0,3

- a) Chọn ngẫu nhiên một tổ chim. Tính xác suất tất cả trứng trong tổ đều không nở.
b) Nếu tổ được chọn có tất cả trứng không nở, tính xác suất tổ này có 2 trứng.

Câu 2. (3 điểm)

Có hai cơ sở I và II, độc lập nhau, cùng thử nghiệm một loại sản phẩm sinh học với xác suất thành công khi thử nghiệm một sản phẩm lần lượt là 95%; 90%. Mỗi cơ sở thử nghiệm 100 sản phẩm.

- a) Tính xác suất cả hai cơ sở có a1) ít nhất 1 lần không thành công; a2) 2 lần thành công.
b) Tính số thành công trung bình của chung hai cơ sở.

Câu 3. (3 điểm)

Theo tài liệu đã có thì thời gian sinh trưởng một loại cây ăn quả có luật phân phối chuẩn. Người ta quan sát một số cây và ghi nhận được:

Ngày	<140	[140; 150)	[150; 160)	[160; 170)	[170; 180)	≥180
Số cây	5	11	16	23	9	6

- a) Hãy tìm khoảng tin cậy 95% cho thời gian sinh trưởng trung bình của loại cây trên.
b) Thời gian sinh trưởng trung bình có bằng 161 ngày không ($\alpha = 0,01$)?
c) Tỷ lệ cây có số ngày sinh trưởng từ 160 trở lên có nhỏ hơn 65% ($\alpha = 0,05$)?

Câu 4. (2 điểm)

Thống kê số côn trùng của hai loài A và B được sinh ra ở 4 khu vực có kết quả như sau:

	Khu vực 1	Khu vực 2	Khu vực 3	Khu vực 4
Loài A	1346	942	908	858
Loài B	1492	1169	883	988

- a) Loài côn trùng và khu vực có liên quan trong nghiên cứu trên không (mức ý nghĩa 1%)?
b) Khu vực có ảnh hưởng đến số côn trùng sinh ra của loài B không (mức ý nghĩa 5%)?

Cho biết: X có luật chuẩn tắc, $P(X \leq 1,96) = 0,975$; $P(X \leq 1,65) = 0,95$; $P(X \leq 2,58) = 0,995$

Y có luật chi bình phương với 3 bậc tự do, $P(Y \leq 7,81) = 0,95$; $P(Y \leq 11,3) = 0,99$

ĐỀ THI TUYỂN SINH SAU ĐẠI HỌC NĂM 2015 – ĐỢT 2
(ĐỀ TỰ LUẬN)

MÃ SỐ ĐỀ THI: .1..

NGÀNH (Chuyên ngành): KHOA HỌC MÁY TÍNH VÀ HỆ THỐNG THÔNG TIN

MÔN CƠ BẢN:

MÔN CƠ SỞ:

Tên môn thi: TOÁN RỜI RẠC

Thời gian làm bài: 120 phút (tự luận)

Không dùng tài liệu

Nội dung câu hỏi đề thi:

CÂU 1: (1,5 điểm)

a) Cho các biến mệnh đề p, q, r cùng các dạng mệnh đề $A = [(p \rightarrow q) \vee r] \rightarrow (\bar{q} \rightarrow r)$ và $B = \bar{q} \rightarrow (p \vee r)$. Chứng minh $A \Leftrightarrow B$.

b) Viết mệnh đề phủ định cho mệnh đề C dưới đây

$C =$ “ Tất cả học sinh lớp X đi xem kịch và có ít nhất một học sinh của lớp Y không đi xem xiếc ”

CÂU 2: (2 điểm) Cho phương trình $x + y + z + t + u = 25$ với các ẩn số nguyên x, y, z, t và u (*).

a) Phương trình (*) có bao nhiêu nghiệm thỏa $x, y, z, t, u \geq 0$?

b) Phương trình (*) có bao nhiêu nghiệm thỏa $x \geq 4, y > -1, z = 3, t > 5$ và $u \geq -2$?

c) Phương trình (*) có bao nhiêu nghiệm thỏa $x, y, z, t \geq 0$ và $0 \leq u < 10$?

CÂU 3: (1,5 điểm)

Cho $a_0 = 4, a_1 = 24$ và $a_{n+2} = 6a_{n+1} - 9a_n + (4n - 17)2^n, \forall n \geq 0$. Tính a_n theo n ($n \geq 0$).

CÂU 4: (1,5 điểm) Cho $f: X = \mathbf{R} \setminus \{-2\} \rightarrow Y = \mathbf{R} \setminus \{1\}$ được xác định bởi $f(x) = \frac{x}{\sqrt[3]{x^3 + 8}} \quad \forall x \in X$.

a) Chứng minh f là một song ánh và viết ánh xạ ngược f^{-1} .

b) $\forall x, y \in X$, đặt $x \mathfrak{R} y \Leftrightarrow f(x) \geq f(y)$. Chứng minh \mathfrak{R} là một quan hệ thứ tự trên X .

CÂU 5: (1,5 điểm)

Cho hàm Boole f theo 4 biến x, y, z và t có dạng đa thức

$$f(x, y, z, t) = x\bar{y}z\bar{t} \vee \bar{x}z\bar{t} \vee x\bar{y}z\bar{t} \vee \bar{x}\bar{z}t \vee \bar{x}y\bar{t} \vee xyz\bar{t}$$

a) Vẽ biểu đồ $S = \text{Kar}(f)$ và xác định các tế bào lớn của S .

b) Tìm các công thức đa thức tối thiểu của f .

CÂU 6: (2 điểm)

a) Cho G là đồ thị vô hướng liên thông có 6 đỉnh với các bậc lần lượt là 1, 2, 2, 2, 3 và 4.

G có chu trình hay đường Euler không? Tại sao? Tính số cạnh của G . Hãy vẽ phác họa đồ thị G (một trường hợp là đơn đồ thị và một trường hợp là đồ thị có cả vòng và các cạnh song song).

b) Cho H là đồ thị vô hướng có 34 cạnh, 3 đỉnh bậc 6, một số đỉnh bậc 5 và các đỉnh còn lại có bậc 8. Hãy xác định số đỉnh của H .

HỘI ĐỒNG TUYỂN SINH SAU ĐẠI HỌC
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN

ĐỀ THI TUYỂN SINH SAU ĐẠI HỌC NĂM 2015 - ĐỢT 2
(ĐỀ TỰ LUẬN)

MÃ SỐ ĐỀ THI: 2.....NGÀNH : Địa chất, Môi trường, Hải dương.
MÔN CƠ BẢN

Tên môn thi: Toán cao cấp A1

Thời gian làm bài 120 phút (tự luận) Không dùng tài liệu.

1. (2 điểm) Cho hàm số hai biến $u(x, t) = 3e^{-4t} \sin x - 5e^{-64t} \sin 4x$. Chứng minh rằng hàm $u(x, t)$ thỏa phương trình sau:

$$\frac{\partial u}{\partial t}(x, t) = 4 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, t)$$

2. (2 điểm) Cho hàm số

$$f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy + 2015$$

- a) Tính đạo hàm riêng $\frac{\partial f}{\partial x}$, $\frac{\partial f}{\partial y}$, và tìm tất cả các điểm tới hạn.
b) Phân loại các điểm tới hạn trên.

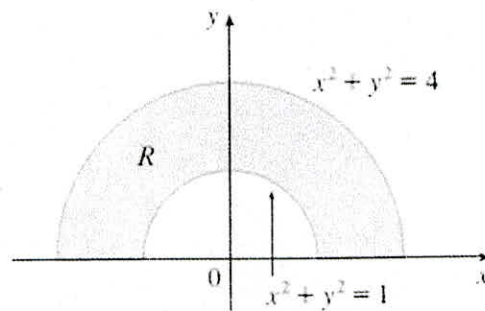
3. (2 điểm) Hãy tính giá trị của tích phân sau

$$\int_0^{\sqrt{\pi}} \int_y^{\sqrt{\pi}} xy \cos(x^2) dx dy$$

4. (2 điểm) Hãy xác định giá trị của tích phân đường sau

$$\oint_C y^2 dx + 3xy dy$$

trong đó (C) là đường biên của hình vành khăn (R) giới hạn bởi hai đường tròn $x^2 + y^2 = 1$, $x^2 + y^2 = 4$ và $y = 0$



5. (2 điểm) Giải phương trình vi phân cấp 2 sau

$$y'' + 2y' + y = 2xe^{2x}$$

Đề thi gồm: 1 trang.