HỘI ĐỒNG TUYỂN SINH SAU ĐẠI HỌC **CỘNG HÒA XÃ HỘI CHỦ NGHĨA VIỆT NAM**
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN **Độc lập – Tự do – Hạnh phúc**

ĐỀ THI TUYỂN SINH SAU ĐẠI HỌC NĂM 2017 - ĐỢT 2

HÌNH THỨC THI: VẤN ĐÁP

Tên môn thi : Giải tích cơ sở
Đề thi số: 01
Mã đề thi: 01-a
Thời gian chuẩn bị 15 phút và trả lời vấn đáp 15 phút

NỘI DUNG CÂU HỎI (Tổng điểm chấm trên 10)

Nội dung 1. (3,5 điểm) Hãy trình bày về không gian $L^2(\Omega, \mu)$. Chuẩn là gì? Một phần tử của $L^2(\Omega, \mu)$ có phải là một hàm hay không? Cho ví dụ $L^2(\Omega, \mu)$.

Nội dung 2. (3,5 điểm) Hãy trình bày mối quan hệ giữa không gian định chuẩn và không gian mêtríc. Cho ví dụ một không gian mêtríc mà không thể được biến thành một không gian định chuẩn.

Nội dung 3. (3 điểm) Hãy phát biểu nội dung của Hệ thức Cauchy-Riemann. Kiểm tra các hàm phức sau thỏa mãn Hệ thức Cauchy-Riemann tại những điểm nào:

1. $f(z) = z^2$.

2. $f(z) = \bar{z}$, với $\bar{z}$ là số phức liên hợp của z.

HẾT (Mã đề thi gồm: 1 trang)

HỘI ĐỒNG TUYỂN SINH SAU ĐẠI HỌC
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN

ĐỀ THI TUYỂN SINH SAU ĐẠI HỌC NĂM 2017 – ĐỢT 2

(ĐỀ TỰ LUẬN)

MÃ SỐ ĐỀ THI: ....1......... **NGÀNH : TOÁN**.................................

MÔN CƠ BẢN: ☒ MÔN CƠ SỞ: ☐

Tên môn thi: TOÁN CƠ BẢN (PHẦN ĐẠI SỐ)

Thời gian làm bài: 120 phút (tự luận) (Đại số + Giải tích) **Không dùng tài liệu**

PHẦN ĐẠI SỐ

CÂU 1: (2 điểm)

Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbf{R}^4 \to \mathbf{R}^3$ với

$$f(x, y, z, t) = (x + 2y - 3z + 4t, -2x - y + 7t, 3x + 5y - 7z + 7t), \ \forall (x, y, z, t) \in \mathbf{R}^4.$$

Tìm một cơ sở cho mỗi không gian $\mathrm{Im}(f)$ và $\mathrm{Ker}(f)$ và chỉ ra số chiều của chúng..

CÂU 2 : (3 điểm)

Cho các ma trận thực $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 3 \\ 3 & -5 & 3 \\ 6 & -6 & 4 \end{pmatrix}$ và $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 \\ 4 & 4 & -4 \\ 1 & -1 & -2 \end{pmatrix}$.

a) Chứng minh B không chéo hóa được trên $\mathbf{R}$.

b) Chứng minh A chéo hóa được trên $\mathbf{R}$ và tìm ma trận thực P khả nghịch sao cho $P^{-1}AP$ là ma trận đường chéo.

HỘI ĐỒNG TUYỂN SINH SAU ĐẠI HỌC
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN

ĐỀ THI TUYỂN SINH SAU ĐẠI HỌC NĂM 2017-ĐỢT 2
(ĐỀ TỰ LUẬN)

MÃ SỐ ĐỀ THI 1 **NGÀNH (Chuyên Ngành): TOÁN**
Tên môn thi: Toán cơ bản phần giải tích (cơ bản)
Thời gian làm bài : 120 phút (tự luận) không dùng tài liệu (Đại số + giải tích)

Nội dung câu hỏi đề thi: Đề 1-Phần Giải Tích

Câu 1: (3,5 điểm)
Cho $d : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ thỏa

$$d(x,y) = |e^x - e^y|$$

a) (1 điểm) Chứng minh d là 1 metric trên $\mathbb{R}$.
b) (1 điểm) Cho tập $A = \{x \in \mathbb{R} : x > 0\}$. Chứng minh A là tập mở trong $(\mathbb{R}, d)$.
c) (1,5 điểm) Cho dãy $x_n = -n$. Chứng minh dãy này là dãy Cauchy nhưng không hội tụ trong $(\mathbb{R}, d)$.

Câu 2: (1,5 điểm)
Cho $f_n(x) = \dfrac{nx}{\sqrt{1+n^3x^3}}$, $x \in [0,1]$, $n \in \mathbb{Z}^+$.

a) Chứng minh dãy hàm $\{f_n\}_{n\in\mathbb{Z}^+}$ hội tụ từng điểm.
b) Chứng minh dãy hàm $\{f_n\}_{n\in\mathbb{Z}^+}$ không hội tụ đều.

Đề Thi gồm 2 Trang   Trang 2

HỘI ĐỒNG TUYỂN SINH SAU ĐẠI HỌC
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN

ĐỀ THI TUYỂN SINH SAU ĐẠI HỌC NĂM 2017 – ĐỢT 2
(ĐỀ TỰ LUẬN)

MÃ SỐ ĐỀ THI: ....2...... **NGÀNH** : TOÁN ỨNG DỤNG ....

MÔN CƠ BẢN: ☐ MÔN CƠ SỞ: X

Tên môn thi: CƠ SỞ TOÁN ỨNG DỤNG...

Thời gian làm bài: 120 phút (tự luận) **không dùng tài liệu**

Nội dung câu hỏi đề thi:

Câu 1. (2 điểm)

Một cái cây có chiều cao h (tính bằng cm) phụ thuộc vào thời gian t (tính bằng ngày) được biểu diễn bởi hàm số

$$h(t)=\begin{cases} t^2+2t & 0<t\le 2 \\ 8t-8 & 2<t\le 4 \end{cases}$$

a) Vẽ đồ thị hàm số $h(t)$.

b) Tính chiều cao cây tại thời điểm $t=1$. Sau bao lâu thì chiều cao cây gấp 3 lần chiều cao tại $t=1$.

Câu 2. (3 điểm)

Một người đàn ông đang đứng ở vị trí O chạy với vận tốc $v = 3\ (m/s)$ về phía xe buýt đang đứng yên tại A. Biết $OA = 60\ (m)$.

a) Biết phương trình chuyển động của người đó có dạng

$$s_N(t) = vt + b$$

với s_N là tọa độ (tính theo m) và t là thời gian (tính theo s). Cho $s_N(0) = 0$ hãy tìm b và viết lại $s_N(t)$. Sau bao lâu người đó đến được A ?

b) Tại $t = 15\ s$, xe buýt bắt đầu lăn bánh với phương trình chuyển động là

$$s_X(t) = \frac{1}{2}(t-15)^2 + 60.$$

Hỏi người đó có đuổi kịp xe buýt không? (Biết rằng người gặp xe nếu $s_N(t) = s_X(t)$)

c) Muốn đuổi kịp xe buýt thì vận tốc tối thiểu của người đó phải bằng bao nhiêu (Xem phương trình chuyển động của xe buýt là không đổi).

Câu 3. (2,5 điểm)

Một cái ly uống nước gồm hai phần với phần đáy là nửa khối cầu bán kính $R = 5\ (cm)$ và phần thân là khối trụ bán kính $R = 5\ (cm)$ (cùng bán kính với khối cầu) và chiều cao $L = 7\ (cm)$.

a) Gọi h là chiều cao tính từ mặt thoáng đến đáy ly. Chứng minh rằng công thức tính thể tích nước trong ly là

$$V(h) = \begin{cases} \dfrac{\pi}{3}h^2(3R - h) & \text{nếu } 0 \le h < R \\ \dfrac{2\pi}{3}R^3 + \pi \boldsymbol{R}^2(h - R) & \text{nếu } R \le h \leqslant L \end{cases}$$

b) Người ta rót nước vào ly trống (không có nước) với tốc độ $q = 5\ (cm^3/s)$. Tìm thời điểm nước ngập phần đáy và thời điểm nước đầy ly.

Câu 4. (2,5 điểm)

Một ngọn đồi có độ cao được mô tả bởi hàm số

$$F(x_1, x_2) = 20 - x_1x_2 - 2x_2^2 - (x_1 + 1)^2$$

trong đó x_1 và x_2 tính theo km và $F(x_1, x_2)$ tính theo m. Tìm chiều cao của đỉnh ngọn đồi

HẾT

ĐẠI HỌC QUỐC GIA TP.HCM	CỘNG HÒA XÃ HỘI CHỦ NGHĨA VIỆT NAM
TRƯỜNG ĐH KHOA HỌC TỰ NHIÊN	**Độc lập - Tự do - Hạnh phúc**

ĐỀ THI TUYỂN SINH SAU ĐẠI HỌC NĂM 2017 - ĐỢT 2
HÌNH THỨC THI: VẤN ĐÁP

Tên môn thi: Xác Suất Thống Kê

Đề thi số: 02

Mã đề thi: 02-a

Thời gian chuẩn bị 15 phút và trả lời vấn đáp 15 phút

NỘI DUNG CÂU HỎI

Cho $X_1, X_2, \dots, X_n$ là các biến ngẫu nhiên độc lập và có cùng phân phối đều trên đoạn $[0, \theta]$.

1. **(5 điểm)** Tìm các hệ số hằng $a_1, \dots, a_n$ sao cho $\sum_{i=1}^{n} a_i X_i$ là ước lượng không chệch cho tham θ.

2. **(5 điểm)** Đặt $\mathbf{X} = (X_1, \dots, X_n)$, tính lượng thông tin Fisher $I^{\mathbf{X}}(\theta)$.

HẾT (Mã đề thi 02-a gồm 01 trang)

HỘI ĐỒNG TUYỂN SINH SAU ĐẠI HỌC
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN

ĐỀ THI TUYỂN SINH SAU ĐẠI HỌC NĂM 2017-ĐỢT 2
(ĐỀ TỰ LUẬN)

MÃ SỐ ĐỀ THI: 2 **NGÀNH (chuyên ngành)**: Đại số và lý thuyết số
MÔN CƠ BẢN: □ MÔN CƠ SỞ: ☒
Tên môn thi: Đại số cơ sở
Thời gian làm bài: 120 phút (tự luận) **Không dùng tài liệu**

Câu 1. (2đ) Cho $\mathbb{Q}$ là tập các số hữu tỉ, $G = \mathbb{Q} \setminus \{-1\}$, định nghĩa phép toán trên G như sau:

$$\forall a, b \in G, a * b = 1 + 2a + 2b + 2ab.$$

Chứng minh $(G, *)$ là một nhóm giao hoán.

Câu 2. (2đ) Trong nhóm hoán vị S_9, xét các phép hoán vị

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 1 & 3 & 5 & 4 & 7 & 6 & 2 & 9 & 8 \end{pmatrix}, \tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 2 & 3 & 5 & 4 & 1 & 7 & 6 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

a) Phân tích $\sigma\tau$ thành các chu trình rời nhau và tính cấp của $\sigma\tau$.

b) Tìm phần tử $\mu \in S_9$ thỏa mãn $\tau^2 \mu \tau^{-1} = \sigma$.

Câu 3. (2đ) Cho $M_3(\mathbb{R})$ là vành các ma trận vuông cấp 3 với hệ số thực. Đặt

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ và } I = \left\{ (a_{ij}) \in M_3(\mathbb{R}) \middle| a_{11} = a_{21} = a_{31} = 0 \right\}.$$

a) Chứng minh rằng: I là ideal trái của $M_3(\mathbb{R})$.

b) Chứng minh rằng: nếu K là ideal trái của $M_3(\mathbb{R})$ chứa một phần tử khả nghịch thì $K = M_3(\mathbb{R})$.

c) Gọi J là ideal trái của $M_3(\mathbb{R})$ sinh bởi A. Chứng minh rằng : $I + J = M_3(\mathbb{R})$.

Câu 4. (2đ) Cho p là số nguyên tố. Đặt $\mathbb{Q}(\sqrt{p}) = \left\{ a + b\sqrt{p} \middle| a \in \mathbb{Q}, b \in \mathbb{Q} \right\}$.

a) Chứng minh rằng: $\mathbb{Q}(\sqrt{p})$ là trường con của trường số thực $\mathbb{R}$.

b) Chứng minh rằng: $\mathbb{Q}(\sqrt{p})$ chỉ có hai trường con là $\mathbb{Q}$ và chính nó.

Câu 5. (2đ) Cho các đa thức hệ số thực: $f(x) = x^3 + (a+2)x^2 + 4x + b, g(x) = x^2 - 2x + c$.

a) Xác định a, b để 2 là nghiệm bội của đa thức $f(x)$.

b) Với a và b tìm được trong câu (a), hãy tìm c sao cho $g(x)$ là ước của $f(x)$.

Hết