HỘI ĐỒNG TUYỂN SINH SAU ĐẠI HỌC
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN

ĐỀ THI TUYỂN SINH SAU ĐẠI HỌC NĂM 2013

(ĐỀ TỰ LUẬN)

ĐỀ THI SỐ: ...2.1..... **NGÀNH (Chuyên ngành):** ....Toán ....

MÔN CƠ BẢN: ☑ MÔN CƠ SỞ: ☐

Tên môn thi: Toán Cơ Bản – Phần : Giải Tích + Đại Số ....

Thời gian làm bài: 120 phút (tự luận) **không dùng tài liệu**

Nội dung câu hỏi đề thi: Phần Giải Tích – Đề 2

Câu 1. Cho một ví dụ một tập vô hạn không compact.

Câu 2. Cho $S_0 = \{f \in C[0,1] \mid f(0) = 0\}$.

a. S_0 có đóng trong $(C[0,1], ||.||_2)$ không?

b. S_0 có đóng trong $(C[0,1], ||.||_\infty)$ không?

c. S_0 có liên thông không?

trong đó $||f||_2 = \sqrt{\int_0^1 (f(t))^2 dt}$ và $||f||_\infty = sup_{0 \le t \le 1} |f(t)|$.

Câu 3. Cho (S, δ) là một không gian metric. Đặt $d: S \times S \to \mathbb{R}$, với $d(x,y) = \min\{1, \delta(x,y)\}$.

a. Chứng minh rằng d là một metric trên S.

b. Chứng minh rằng δ và d sinh ra cùng một topo trên S.

Câu 4. Xét dãy hàm

$$f_n(x) = \frac{x}{x + \frac{1}{n}}, x \in [0,1],\ n \in \mathbb{N}.$$

a. f_n có liên tục đều không?

b. f_n có hội tụ đều không?

Câu 5. Cho $a, b \in \mathbb{R}$. Chứng minh rằng không gian định chuẩn $(C([a,b], \mathbb{R}), ||.||_1)$ không phải là không gian Banach với $||f||_1 = \int_a^b |f(t)| dt$.

Đề thi gồm: ...2...trang

HỘI ĐỒNG TUYỂN SINH SAU ĐẠI HỌC
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN

ĐỀ THI TUYỂN SINH SAU ĐẠI HỌC NĂM 2013
(ĐỀ TỰ LUẬN)

ĐỀ THI SỐ: 2.2 **NGÀNH (Chuyên ngành): TOÁN**

MÔN CƠ BẢN: ☒ **MÔN CƠ SỞ:** ☐

Tên môn thi: TOÁN CƠ BẢN (PHẦN ĐẠI SỐ)

Thời gian làm bài: phút (tự luận) không dùng tài liệu

Câu 1. Cho ma trận A hệ số thực, phụ thuộc vào tham số m định bởi

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -3 \\ -3 & -4 & 3 \\ -3 & -3 & m \end{pmatrix}.$$

a) Chéo hóa ma trận A khi $m = 2$.
b) Xác định các giá trị của m để A chéo hóa được.

Câu 2. Trong không gian $\mathbb{R}^4$ với tích vô hướng thông thường, cho W là không gian nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x - 2y + 2z + 9t = 0 \\ 3x - y - 4z - 3t = 0 \\ 2x - 9y + 14z + 48t = 0. \end{cases}$$

a) Tìm một cơ sở của W.
b) Trực chuẩn hóa cơ sở tìm được trong câu a).
c) Tìm hình chiếu trực giao của véc tơ $u = (0,3,3,0)$ lên W.
d) Tìm khoảng cách từ véc tơ $u = (0,1,1,0)$ đến W.

HỘI ĐỒNG TUYỂN SINH SAU ĐẠI HỌC
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN

ĐỀ THI TUYỂN SINH SAU ĐẠI HỌC NĂM 2013

(ĐỀ TỰ LUẬN)

ĐỀ THI SỐ: 1............... **NGÀNH (Chuyên ngành):** TOÁN GIẢI TÍCH

MÔN CƠ BẢN: □ MÔN CƠ SỞ: ×

Tên môn thi: GIẢI TÍCH CƠ SỞ

Thời gian làm bài: 120 phút (tự luận) **không dùng tài liệu**

PHẦN 1

Câu 1. Cho $E = C[0,2]$ là không gian Banach gồm các hàm $f:[0,2] \to \mathbb{R}$ liên tục trên $[0,2]$ đối với chuẩn $\|f\|_\infty = \sup\limits_{0\le t\le 2} |f(t)|$. Đặt

$$Tf = \int_0^1 f(t)dt - \int_1^2 f(t)dt, \ \forall f \in E,$$

và

$$f_n(t) = \begin{cases} 1, & 0 \le t \le 1 - \dfrac{1}{n}, \\ n(1-t), & 1 - \dfrac{1}{n} < t < 1 + \dfrac{1}{n}, \\ -1, & 1 + \dfrac{1}{n} \le t \le 2, \ n = 1,2,... \end{cases}$$

(a) Chứng minh rằng $T: E \to \mathbb{R}$ là ánh xạ tuyến tính, liên tục và $\|T\| \le 2$.

(b) Nghiệm lại rằng $f_n \in E$, sau đó tính $\|f_n\|_\infty$ và Tf_n.

(c) Tính $\|T\|$.

Câu 2. Trên $\mathbb{R}^2$ với chuẩn $\|x\|_1 = |x_1| + |x_2|$, $x = (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2$ cho $L = \{x = (x_1, x_2) : x_1 = 5x_2\}$ và $f: L \to \mathbb{R}$ xác định bởi

$$f(x) = x_1 + 4x_2, \ \forall x = (x_1, x_2) \in L.$$

(a) Tính $\|f\|_L$.

(b) Tìm ánh xạ tuyến tính $T: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ sao cho $T\big|_L = f$ và $\|T\| = \|f\|_L$.

HỘI ĐỒNG TUYỂN SINH SAU ĐẠI HỌC
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN

PHẦN 2

Câu 3. Cho $z = e^{2\pi i/5}$. Tính $1 + z + z^2 + z^3 + 5z^4 + 4z^5 + 4z^6 + 4z^7 + 4z^8 + 5z^9$.

Câu 4. Tìm tất cả các số phức z dạng a+ib sao cho $i^z + 2i^{1-z} = 2 + i$.

Câu 5. Cho hàm $f(z) = (z+2)|z|^2$. Tìm tất cả các điểm trong mặt phẳng phức sao cho hàm f thỏa điều kiện Cauchy-Riemann tại các điểm đó.

Câu 6. Tính tích phân $\int_C \frac{e^z}{z(2z+1)^2} dz$ với C là đường tròn đơn vị có chiều ngược kim đồng hồ.

Câu 7. Tính $I = \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{a + \cos\varphi}$ với $a \in R$, $a > 1$.

Câu 8. Cho z là một số phức. Tính giới hạn $\lim_{z \to 0} \left((\tan z)^{-2} - z^{-2} \right)$ nếu nó tồn tại.

HẾT.

HỘI ĐỒNG TUYỂN SINH SAU ĐẠI HỌC
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN

ĐỀ THI TUYỂN SINH SAU ĐẠI HỌC NĂM 2012

(ĐỀ TỰ LUẬN)

ĐỀ THI SỐ: 1.1 **NGÀNH (Chuyên ngành):** Toán

MÔN CƠ BẢN: V MÔN CƠ SỞ: □

Tên môn thi:

Toán Cơ Bản – phần Giải Tích

Thời gian làm bài: 120 phút (tự luận) **không dùng tài liệu**

Nội dung câu hỏi đề thi:

Phần Giải Tích – đề 1

1. Cho (E_i, δ_i), $i = 1,2$, là 2 không gian mêtríc. Đặt $E = E_1 \times E_2$ và $\delta : E \times E \to \mathbb{R}$, $i = 1,2$, xác định bởi

$$\delta(X,Y) = \max\{\delta_1(x_1,y_1), \delta_2(x_2,y_2)\},$$

trong đó $X = (x_1,x_2), Y = (y_1,y_2) \in E$.

a) Chứng minh rằng (E,δ) là một không gian mêtríc.

b) Chứng minh rằng δ và mêtríc tích d sinh ra cùng một tôpô trên E.

2. Cho X là một không gian mêtríc liên thông. Chứng minh rằng mọi tập con không rỗng A của X, với $A \neq X$, đều có phần biên $\partial A = \{x \in X \mid \forall r > 0, B(x;r) \cap A \neq \varnothing \text{ và } B(x;r) \cap (X \setminus A) \neq \varnothing\}$ không rỗng.

3. Không gian mêtríc (X,d) được gọi là tiền compắc nếu với mỗi $\varepsilon > 0$, tồn tại $x_1, ..., x_n \in X$ sao cho $X \subset B(x_1;\varepsilon) \cup ... \cup B(x_n;\varepsilon)$.

Chứng minh rằng nếu X là không gian tiền compắc và $\varnothing \neq A \subset X$ thì không gian con (A, d_A) cũng là không gian tiền compắc.

4. Cho E, F là hai không gian mêtríc và $f : E \to F$. Với mỗi $X \subset E$, ánh xạ thu hẹp của f trên X, $f|_X : X \to F$, xác định bởi $f|_X(x) = f(x)$, $\forall x \in X$. Với A, B là hai tập con mở của E, $A \cup B = E$, chứng minh rằng

$f|_A$ và $f|_B$ là các ánh xạ liên tục nếu và chỉ nếu f là một ánh xạ liên tục.

Đề thi gồm: 1 trang

HỘI ĐỒNG TUYỂN SINH SAU ĐẠI HỌC
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN

ĐỀ THI TUYỂN SINH SAU ĐẠI HỌC NĂM 2012

ĐỀ THI SỐ 1.2 **NGÀNH: MÔN CHUNG NGÀNH TOÁN**
MÔN CƠ BẢN ☒ **MÔN CƠ SỞ: ☐**
Tên môn thi: TOÁN CƠ BẢN (phần ĐẠI SỐ)
Thời gian làm bài: 60 phút **không dùng tài liệu**

Câu 1. Cho toán tử tuyến tính f trên $\mathbb{R}^3$ phụ thuộc vào tham số thực m định bởi

$$f(x, y, z) = (x + my + 2z, y + mz, x + z).$$

a) Xác định m để f là song ánh.
b) Với $m = 2$, tìm biểu thức của ánh xạ ngược f^{-1}.
c) Với $m = 1$, tìm số chiều và một cơ sở cho mỗi không gian Im(f), Ker(f).

Câu 2. a) Chéo hóa trực giao ma trận thực

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

b) Đưa dạng toàn phương thực

$$f(x, y, z) = 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2xy + 2xz - 2yz$$

về dạng chính tắc bằng một phép biến đổi trực giao. Chỉ ra cơ sở trực chuẩn và phép biến đổi tọa độ tương ứng với dạng chính tắc đó.

HỘI ĐỒNG TUYỂN SINH SAU ĐẠI HỌC
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN

ĐỀ THI TUYỂN SINH SAU ĐẠI HỌC NĂM 2012

(ĐỀ TỰ LUẬN)

ĐỀ THI SỐ: ...1.1...... **NGÀNH (Chuyên ngành):** ....Toán Giải Tích....

MÔN CƠ BẢN: ☐ MÔN CƠ SỞ: X

Tên môn thi:

.........Giải Tích Cơ Sở.........

Thời gian làm bài: 120 phút (tự luận) **không dùng tài liệu**

Nội dung câu hỏi đề thi:

Phần 1

1. Cho $\ell^2 = \left\{ x = (x_n) \middle| \sum_{n=1}^{\infty} x_n^2 < \infty \right\}$ với chuẩn $\|x\|_2 = \left(\sum_{n=1}^{\infty} x_n^2 \right)^{1/2}$. Đặt

$$Tx = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x_n}{n+2}, \ \forall x = (x_n) \in \ell^2.$$

a) Chứng minh rằng với mỗi $x = (x_n) \in \ell^2$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x_n}{n+2}$ là chuỗi hội tụ.

b) Chứng minh rằng $T : \ell^2 \to \mathbb{R}$ là ánh xạ tuyến tính và liên tục.

c) Tìm $\|T\|$.

2. Xét $\mathbb{R}^2$ với chuẩn $\|x\| = |x_1| + |x_2|$, $\forall x = (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2$. Đặt

$$L = \{ x = (x_1, x_2) | x_2 - 2x_1 = 0 \}.$$

Trên L, xét ánh xạ tuyến tính $f(x) = 2x_1$, với mọi $x = (x_1, x_2) \in L$.

a) Tìm $\|f\|_L$.

b) Tìm $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ sao cho T tuyến tính, $T|_L = f$ và $\|T\| = \|f\|_L$.

HỘI ĐỒNG TUYỂN SINH SAU ĐẠI HỌC

TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN

ĐỀ THI TUYỂN SINH SAU ĐẠI HỌC NĂM 2012

(ĐỀ TỰ LUẬN)

ĐỀ THI SỐ : 1 , 2 **NGÀNH (chuyên ngành) : TOÁN**

MÔN CƠ BẢN ☐ **MÔN CƠ SỞ** ☒

Tên môn thi: **TOÁN - GIẢI TÍCH PHỨC**

Thời gian làm bài: 120 phút **Không dùng tài liệu**

Nội dung câu hỏi đề thi:

Câu 1. a) Cho Ω là tập mở liên thông trong mặt phẳng phức. Tìm tất cả các hàm f giải tích trên Ω sao cho $f(z)^2 = \overline{f(z)}$ với mọi $z \in \Omega$.

b) Tìm hàm f=u+iv giải tích trên **C**, biết $u(x,y) = 2x - x^3 + 3xy^2$; v(0,0)=0.

Câu 2. Cho hàm $f(z) = \dfrac{z^2 + e^z}{z^2(z-2)}$.

a) Tính thặng dư của f tại z=0.

b) Cho a là hằng số dương khác 2 . Kí hiệu C_a là đường tròn bán kính a có tâm tại gốc toạ độ. Tính tích phân $\int_{C_a} f(z)dz$.

Câu 3.Tính tích phân : $\int_0^\infty \dfrac{1-\cos x}{x^2}dx$.

HỘI ĐỒNG TUYỂN SINH SAU ĐẠI HỌC
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN

ĐỀ THI TUYỂN SINH SAU ĐẠI HỌC NĂM 2012

ĐỀ THI SỐ 1 **NGÀNH: ĐẠI SỐ VÀ LTS**
MÔN CƠ BẢN ☐ **MÔN CƠ SỞ:** ☒
Tên môn thi: ĐẠI SỐ CƠ SỞ
Thời gian làm bài: 120 phút **không dùng tài liệu**

Câu 1. Cho G là một nhóm giao hoán và $a, b \in G$ là hai phần tử có cấp hữu hạn lần lượt là m và n.

a) Chứng minh rằng nếu $\langle a \rangle \cap \langle b \rangle = \{e\}$ thì ab có cấp là bội số chung nhỏ nhất của m và n.

b) Kết quả trên còn đúng khi bỏ đi giả thiết $\langle a \rangle \cap \langle b \rangle = \{e\}$ hay không? Vì sao?

Câu 2. Chứng minh rằng mọi nhóm con có chỉ số 2 trong nhóm G đều chuẩn tắc trong G.

Câu 3. Chứng minh rằng trong vành $\mathbb{Z}_n$ $(n > 1)$, phần tử $\bar{k} \in \mathbb{Z}_n \setminus \{\bar{0}\}$ khả nghịch khi và chỉ khi $\bar{k}$ không là ước của không.

Câu 4. Chứng minh rằng trong một vành giao hoán có đơn vị, mọi ideal tối đại đều nguyên tố. Cho một ví dụ để chứng tỏ chiều đảo không đúng.

Câu 5. Xác định các số tự nhiên n sao cho trong $\mathbb{Q}[x]$ đa thức

$$f(x) = x^{2n} + x^{n+1} - x - 1$$

chia hết cho đa thức $g(x) = x^2 + x + 1$.

Đề thi gồm 1 trang

HỘI ĐỒNG TUYỂN SINH SAU ĐẠI HỌC
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN

ĐỀ THI TUYỂN SINH SAU ĐẠI HỌC NĂM 2012
(ĐỀ TỰ LUẬN)

ĐỀ THI SỐ 1 Ngành (Chuyên ngành): LT Xác suất và thống kê toán học
Môn cơ bản ☐ Môn cơ sở ☒
Tên môn thi: Xác suất Thống kê
Thời gian làm bài: 120 phút (tự luận) Không dùng tài liệu.

Nội dung câu hỏi đề thi:

Bài I. X_i $(i = 1, \dots, n)$ là các biến số ngẫu nhiên độc lập và có cùng phân phối đều trên đoạn $[0, \theta]$.

(i). Định các hệ số hằng $a_1, \dots, a_n$ sao cho $\Sigma_1^n a_i X_i$ là ước lượng không chệch (ƯLKC) cho tham θ.

(ii). Định các a_i để $\Sigma_1^n a_i X_i$ là ƯLKC có phương sai bé nhất cho θ trong lớp các ƯLKC có dạng tổ hợp tuyến tính của $X_1, \dots, X_n$.

(iii). Gọi $X = (X_1, \dots, X_n)$. Tính $\mathrm{I}^X(\theta)$.

(iv). Bất đẳng thức Cramér-Rao có đúng với ước lượng $\delta(X) = \frac{2}{n}\Sigma_1^n X_i$ hay không? giải thích vì sao?

(v). Gọi $\delta_1(X) = \max(X_1, \dots, X_n)$. Tính $\mathrm{E}\delta_1(X)$. Từ $\delta_1(X)$ hãy suy ra một ƯLKC $\delta_2(X)$ cho θ.

(vi). So sánh $\delta, \delta_1, \delta_2$ thì nên dùng ước lượng nào?

Bài II. $X_1, \dots, X_n$ là n biến số ngẫu nhiên độc lập và cùng phân phối. $\mathrm{P}(X_i = 1) = p$, $\mathrm{P}(X_i = 0) = 1 - p$, $i = 1, \dots, n$.

(i). Đặt $T = \sum_1^n X_i$. Tìm phân phối có điều kiện của $X = (X_1, \dots, X_n)$ cho trước trị t của hàm T.

(ii). Tính $\mathrm{E}[g(X)|T]$ với $g(X)$ là hàm số đối xứng đối với $X_1, \dots, X_n$.

(iii). Tính $\mathrm{E}[f(X_1)|T]$ với hàm số $f(\cdot)$ bất kỳ.

Đề thi gồm 01 trang