

**ĐỀ THI TUYỂN SINH SAU ĐẠI HỌC NĂM 2013 – ĐỢT 2  
(ĐỀ TỰ LUẬN)**

MÃ SỐ ĐỀ THI: 4.....

NGÀNH (Chuyên ngành): TOÁN

MÔN CƠ BẢN:

MÔN CƠ SỞ:

Tên môn thi: TOÁN CƠ BẢN (PHẦN ĐẠI SỐ)

Thời gian làm bài:

không dùng tài liệu

**Câu 1 (2,5 điểm).** Cho toán tử tuyến tính  $f$  trên  $\mathbb{R}^3$  định bởi

$$f(x, y, z) = (2x + y - z, x + 2y - z, x + y).$$

- Chứng minh  $f$  chéo hóa được và chỉ ra một cơ sở của  $\mathbb{R}^3$  sao cho ma trận biểu diễn của  $f$  trong cơ sở đó là một ma trận chéo.
- Tìm biểu thức của  $f^n$  với  $n \in \mathbb{N}$ .

**Câu 2 (2,5 điểm).** Trong không gian  $\mathbb{R}^4$  với tích vô hướng thông thường, cho  $W$  là không gian con sinh bởi các véc tơ sau:

$$u_1 = (1, 1, -2, 0),$$

$$u_2 = (1, 0, 2, 1),$$

$$u_3 = (1, 1, 2, 2),$$

$$u_4 = (1, 0, 6, 3).$$

- Tìm một cơ sở cho mỗi không gian con  $W$  và  $W^\perp$ .
- Cho véc tơ  $u = (0, 6, 6, 0)$ . Tìm hình chiếu trực giao của  $u$  lên  $W^\perp$  và tính khoảng cách từ  $u$  đến  $W^\perp$ .

Trang 2

Đề thi gồm: 2 trang

Trang:

ĐỀ THI TUYỂN SINH SAU ĐẠI HỌC NĂM 2013 - ĐỢT 2

(ĐỀ TỰ LUẬN)

MÃ SỐ ĐỀ THI: 1      NGÀNH (Chuyên ngành): Toán  
MÔN CƠ BẢN:       MÔN CƠ SỞ:

Tên môn thi: Toán cơ bản - Phần Giải tích

Thời gian làm bài: 120 phút (tự luận)      không dùng tài liệu

---

Nội dung câu hỏi đề thi: Đề 1 - Phần Giải tích

1. (1.25 điểm) Cho  $X, Y$  là không gian định chuẩn. Cho  $f, g : X \rightarrow Y$ .

  - (0.75 điểm) Chứng tỏ nếu  $f, g$  là ánh xạ liên tục thì  $f + g$  cũng liên tục.
  - (0.5 điểm) Điều này có còn đúng không nếu  $X$  là không gian metric tổng quát?
2. (1 điểm) Cho  $(X, \|\cdot\|)$  là một không gian định chuẩn. Chứng tỏ hàm chuẩn  $x \mapsto \|x\|$  từ  $X$  vào đường thẳng Euclid là liên tục.
3. (1 điểm) Không gian  $\mathbb{Q} \cap [0, 1]$  gồm các số hữu tỉ trong khoảng số thực  $[0, 1]$  với khoảng cách Euclid có compact không?
4. (1 điểm) Cho  $f : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  liên tục, với  $\mathbb{R}$  có khoảng cách Euclid. Giả sử  $f(0, 0) = 0$ ,  $f(1, 1) = 1$ . Có tồn tại hay không  $a, b \in [0, 1]$  sao cho  $f(a, b) = \frac{1}{2}$ ?
5. (0.75 điểm) Chứng tỏ một không gian metric compact thì đầy đủ.

Đề thi gồm: 2 trang

Trang 1