HỘI ĐỒNG TUYỂN SINH SAU ĐẠI HỌC
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN

ĐỀ THI TUYỂN SINH SAU ĐẠI HỌC NĂM 2015 – ĐỢT 1

(ĐỀ TỰ LUẬN)

MÃ SỐ ĐỀ THI: ...1......... **NGÀNH (Chuyên ngành)**: ....Toán.............

MÔN CƠ BẢN: ☒ MÔN CƠ SỞ: ☐

Tên môn thi: ....Toán Cơ Bản...

Thời gian làm bài: 120 phút (tự luận) **không dùng tài liệu**

Nội dung câu hỏi đề thi: Đề 1-Phần Giải Tích

1.(1,5 điểm) Cho (X,d) là một không gian metric. Với $x, y \in X$, đặt

$$d_1(x,y) = \ln[1 + d(x,y)].$$

Sử dụng tính đồng biến của hàm ln z (với z là số thực dương), hãy chứng minh d_1 là 1 metric trên X.

2. (1,5 điểm) Trong $\mathbb{R}^2$, cho tập $A = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \quad 2x^2 + y \le 1\right\}$.

a) Chứng minh A là tập đóng.
b) Chứng minh A không bị chặn.

3. (1 điểm) Cho $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ là dãy thỏa mãn $|a_{n+1} - a_n| < \left(\frac{2014}{2015}\right)^n$ với mọi $n \in \mathbb{Z}^+$. Chứng minh $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ là dãy Cauchy.

4. (1 điểm) Cho $f_n(x) = \frac{x^{2n}}{1 + x^{2n}}$, $x \in [-1,1]$, $n \in \mathbb{Z}^+$. Dãy hàm $\{f_n\}_{n \in \mathbb{Z}^+}$ có hội tụ từng điểm không? Có hội tụ đều không?

HỘI ĐỒNG TUYỂN SINH SAU ĐẠI HỌC
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN

ĐỀ THI TUYỂN SINH SAU ĐẠI HỌC NĂM 2015 – ĐỢT 1
(ĐỀ TỰ LUẬN)

MÃ SỐ ĐỀ THI: 1 **NGÀNH (Chuyên ngành): TOÁN**

MÔN CƠ BẢN: ☒ **MÔN CƠ SỞ:** ☐

Tên môn thi: TOÁN CƠ BẢN (PHẦN ĐẠI SỐ)

Thời gian làm bài: 120 **phút (tự luận)** **không dùng tài liệu**

(2,5đ) **Câu 1.** Cho ma trận thực

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 5 \\ -3 & -5 & -3 \\ 3 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

a) Chéo hóa ma trận A.

b) Đặt $B = A + A^2 + \ldots + A^n (n \in \mathbb{N})$. Chứng minh B chéo hóa được và tìm một ma trận chéo đồng dạng với B.

(2,5đ) **Câu 2.** Cho dạng toàn phương thực 3 biến, phụ thuộc tham số m định bởi

$$Q(x_1, x_2, x_3) = 3x_1^2 + 12x_2^2 + 7x_3^2 + 6mx_1x_2 + 6x_1x_3 + 6x_2x_3.$$

a) Đưa Q về dạng chính tắc khi $m = -3$.

b) Chứng minh rằng khi $m = -3$ ta có $Q(\mathbb{R}^3 \setminus \{0\}) = \mathbb{R}$.

c) Xác định các giá trị của m để Q xác định dương.

HỘI ĐỒNG TUYỂN SINH SAU ĐẠI HỌC
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN

ĐỀ THI TUYỂN SINH SAU ĐẠI HỌC NĂM 2015 – ĐỢT 1

(ĐỀ TỰ LUẬN)

MÃ SỐ ĐỀ THI: 1 **NGÀNH: TOÁN GIẢI TÍCH**

MÔN CƠ BẢN: ☐ MÔN CƠ SỞ: ☑

Tên môn thi: Giải tích Cơ sở

Thời gian làm bài: 120 phút **không dùng tài liệu**

Nội dung câu hỏi đề thi: Phần Giải tích hàm

1. (3 điểm) Xét $X = C([0,1],\mathbb{R})$, không gian các hàm liên tục từ $[0,1]$ vào $\mathbb{R}$ với chuẩn

$$\|f\|_\infty = \sup\{|f(x)| \mid x \in [0,1]\}.$$

Đặt $M = \{f \in X \mid f\left(\frac{1}{2}\right) = 0\}$.

(a) Chứng tỏ M là một không gian định chuẩn con của X.

(b) Chứng tỏ nếu một dãy $(f_n)_{n\in\mathbb{Z}^+}$ trong X hội tụ về f thì với mỗi $x \in [0,1]$ dãy số thực $(f_n(x))_{n\in\mathbb{Z}^+}$ hội tụ về số thực $f(x)$.

(c) Chứng tỏ M là một không gian định chuẩn con đóng của X.

(d) Chứng tỏ M là một không gian Banach.

2. (2 điểm) Cho không gian Hilbert H trên trường $\Phi = \mathbb{R},\mathbb{C}$.

(a) Chứng tỏ với $y \in H$ bất kì thì ánh xạ

$$\begin{aligned} H &\to \Phi \\ x &\mapsto \langle x,y\rangle \end{aligned}$$

là tuyến tính liên tục.

(b) Cho M là một không gian vectơ con của H. Viết $M^\perp = \{x \in H \mid x \perp y, \forall y \in M\}$ là tập con trực giao của M trong H. Hãy chứng tỏ $M^\perp$ là một không gian vectơ con đóng của H.

(c) Chứng tỏ $M^\perp = (\overline{M})^\perp$.

Đề thi gồm: 2 trang

PHẦN 2: GIẢI TÍCH PHỨC (5 điểm / 3 câu)

Câu 3 (2 điểm). Cho hàm phức $f:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$ được định nghĩa như sau:

$$f(z)=\begin{cases}\dfrac{\overline{z}^2}{z}, & khi \quad z\neq 0\\ 0, & khi \quad z=0.\end{cases}$$

a. Hãy tìm hàm phần thực và phần ảo của *f*. Từ đó, chứng minh rằng hàm f thỏa điều kiện Cauchy-Riemann tại *z=0*. Nhắc lại rằng đạo hàm riêng của hàm thực *h(x,y)* được cho bởi $h_x(x_0,y_0)=\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{h(x,y_0)-h(x_0,y_0)}{x-x_0}$, $h_y(x_0,y_0)=\lim\limits_{y\to y_0}\dfrac{h(x_0,y)-h(x_0,y_0)}{y-y_0}$.

b. Chứng minh rằng hàm f không có đạo hàm phức (giải tích phức) tại *z=0* bằng cách tính các giới hạn $\lim\limits_{\substack{z\to 0\\ z=x,x\in\mathbb{R}}}\left(\dfrac{\overline{z}}{z}\right)^2$, $\lim\limits_{\substack{z\to 0\\ z=x+ix,x\in\mathbb{R}}}\left(\dfrac{\overline{z}}{z}\right)^2$.

Câu 4 (1 điểm). Tìm bán kính hội tụ của các chuỗi lũy thừa sau :

a. $\sum\limits_{n=0}^{+\infty}\dfrac{n!}{n^n}(z-1)^n$.

b. $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\dfrac{2^n}{n^2+n}z^{3n}$.

Câu 5 (2 điểm). a. Biến đổi tích phân thực $I=\int\limits_0^{2\pi}\dfrac{d\theta}{(c+\cos\theta)^2}$, $c>1$, thành tích phân phức lấy trên đường tròn định hướng ngược chiều kim đồng hồ, tâm tại 0, bán kính bằng 1.

b. Từ câu a, chứng minh tích phân $I=\dfrac{2c\pi}{(c^2-1)^{3/2}}$ bằng phương pháp Thặng dư.

HỘI ĐỒNG TUYỂN SINH SAU ĐẠI HỌC
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN

ĐỀ THI TUYỂN SINH SAU ĐẠI HỌC NĂM 2015 - ĐỢT 1
(ĐỀ TỰ LUẬN)

MÃ SỐ ĐỀ THI: 2 **NGÀNH (chuyên ngành)**: Đại số và lý thuyết số
MÔN CƠ BẢN: □ MÔN CƠ SỞ: ☒
Tên môn thi: Đại số cơ sở
Thời gian làm bài: 120 phút (tự luận) **Không dùng tài liệu**

Câu 1 (3 điểm). (Cho G, .) là nhóm và $Aut(G)$ là nhóm các tự đẳng cấu của G.

a) Với mỗi $a \in G$, ta xét ánh xạ f_a: $G \to G$, xác định bởi $f_a(x) = axa^{-1}$. Chứng minh rằng f_a là tự đẳng cấu của G. Ta gọi đây là các tự đẳng cấu trong của G.

b) Chứng minh rằng tập các tự đẳng cấu trong của G lập thành một nhóm con chuẩn tắc của $Aut(G)$. Nhóm này được ký hiệu là $Inn(G)$.

c) Chứng minh rằng nhóm thương $G/C(G)$ đẳng cấu với nhóm $Inn(G)$, trong đó $C(G)$ là tâm của G.

d) Chứng minh rằng nếu G không giao hoán thì $Inn(G)$ không phải là nhóm cyclic.

Câu 2 (1 điểm). Chứng minh rằng với mỗi số nguyên dương n, trong nhóm cộng $\mathbb{Q}/\mathbb{Z}$ tồn tại duy nhất một nhóm con cyclic cấp n.

Câu 3 (2 điểm). Miền nguyên R được gọi là *PID* nếu mỗi ideal của nó đều được sinh ra bởi một phần tử. Chứng minh rằng vành $\mathbb{Z}[x]$ là miền nguyên nhưng không phải là *PID*.

Câu 4 (2 điểm). Cho R là vành giao hoán có đơn vị $e \neq 0$ và chỉ có hữu hạn phần tử. Chứng minh rằng

a) Mọi phần tử không phải là ước của không của R đều khả nghịch.

b) Tập hợp những phần tử không phải là ước của không của R lập thành một nhóm đối với phép nhân trong R.

Câu 5 (2 điểm).

a) Cho F là một trường và K là một trường con của F, $f(x)$ và $g(x)$ là các đa thức thuộc $K[x]$. Chứng minh rằng nếu $f(x)$ là ước của $g(x)$ trong $F[x]$ thì $f(x)$ cũng là ước của $g(x)$ trong $K[x]$.

b) Cho $f(x) = x^2 - x + 1$ và $g(x) = (x-1)^{n+2} + x^{2n+1}$ (với n nguyên dương). Chứng minh rằng $f(x)$ là ước của $g(x)$ trong $\mathbb{Q}[x]$.

HẾT

HỘI ĐỒNG TUYỂN SINH SAU ĐẠI HỌC
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN

ĐỀ THI TUYỂN SINH SAU ĐẠI HỌC NĂM 2015–ĐỢT 1
(ĐỀ TỰ LUẬN)

MÃ SỐ ĐỀ THI 2 Ngành (Chuyên ngành): LT Xác suất và thống kê toán học
Môn cơ bản ☐ Môn cơ sở ☒
Tên môn thi: Xác suất Thống kê
Thời gian làm bài: 120 phút (tự luận) không dùng tài liệu

Nội dung câu hỏi đề thi:

Bài 1 (5 điểm). Thử cho n máy mới làm vận hành trong thời đoạn $[0, T]$, thấy X_i là số các sự cố của máy i, $i = 1, \dots, n$. Cho biết các X_i độc lập và có phân phối Poisson, chứa tham số λ không biết:

$$\mathrm{P}(X_i = x_i) = \frac{e^{-\lambda T}(\lambda T)^{x_i}}{x_i!}.$$

(i). (1 điểm). Tìm ước lượng hợp lý nhất $\hat{\lambda}$ cho λ.

(ii). (1 điểm). Tính $\mathrm{E}\hat{\lambda}$ và $\mathrm{Var}\hat{\lambda}$. (Nhắc lại: $\mathrm{E}X_i = \mathrm{Var}X_i = \lambda T$).

(iii). (1 điểm). Chứng minh $\hat{\lambda}$ vững mạnh và vững yếu.

(iv). (1 điểm). Tính $I^{(X_1,\dots,X_n)}(\lambda)$.

(v). (1 điểm). Chỉ rõ $\hat{\lambda}$ là ước lượng không chệch với phương sai bé nhất cho λ.

Bài 2 (5 điểm). $X_1, X_2, \dots$ là các biến số ngẫu nhiên độc lập có cùng hàm phân phối F. Hàm phân phối mẫu $F_n(x)$ được định nghĩa bởi $F_n(x) = n^{-1}\sum_{i=1}^{n} I_{(-\infty,x)}(X_i)$, với $I_A(\cdot)$ là hàm chỉ tiêu của tập A.

(i). (2 điểm). Cho sẵn $x \in R$, tìm luật phân phối của biến số ngẫu nhiên $F_n(x)$, tính $\mathrm{E}F_n(x)$ và $\mathrm{Var}F_n(x)$.

(ii). (1 điểm). Cho sẵn $x \in R$, chứng minh $\mathrm{E}\mid F_n(x) - F(x) \mid^2 \longrightarrow 0$ khi $n \to \infty$.

(iii). (2 điểm). Cho sẵn $x \in R$, khảo sát hội tụ yếu của $\sqrt{n}[F_n(x) - F(x)]$.

Đề thi gồm 01 trang

HỘI ĐỒNG TUYỂN SINH SAU ĐẠI HỌC
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN

ĐỀ THI TUYỂN SINH SAU ĐẠI HỌC NĂM 2015 - ĐỢT 1

(ĐỀ TỰ LUẬN)

MÃ SỐ ĐỀ THI: 1 **NGÀNH (Chuyên ngành): Toán ứng dụng**
MÔN CƠ BẢN: □ MÔN CƠ SỞ: ☒
Tên môn thi: Cơ sở Toán ứng dụng
Thời gian làm bài: 120 phút (tự luận) **không dùng tài liệu, được dùng máy tính bỏ túi**

Nội dung câu hỏi đề thi:

1. (2,5 điểm) Gọi P là dân số tại thời điểm t, k là tốc độ tăng dân số tương đối, tức

$$\frac{P'(t)}{P(t)} = k.$$

   (a) Hãy thiết lập công thức $P(t) = P_0 e^{kt}$.

   (b) Năm 2015 dân số Việt Nam vào khoảng 90 triệu người với tốc độ tăng dân số tương đối là 2.1%/năm. Nếu tốc độ tăng này không thay đổi thì năm 2025 dân số sẽ là bao nhiêu?

   (c) Để vào năm 2025 dân số không vượt quá 110 triệu người thì tốc độ tăng dân số hàng năm không được vượt quá bao nhiêu?

2. (3 điểm) Đặt hệ tọa độ trên một vùng trên mặt phẳng sao cho hướng trục x là hướng đông và hướng trục y là hướng bắc. Nhiệt độ tại một điểm có tọa độ (x,y) trong vùng được mô hình hóa bởi công thức $T(x,y) = 100e^{-2x^2+3y^2}$. Tại điểm có tọa độ $(1,2)$:

   (a) Nếu đi về hướng đông thì nhiệt độ tăng hay giảm?

   (b) Nếu đi về hướng đông bắc thì nhiệt độ tăng hay giảm?

   (c) Nên đi theo hướng nào để nhiệt độ giảm nhiều nhất?

3. (2,5 điểm) Một công ty sản xuất hai mẫu xe gắn máy. Gọi x là số xe theo mẫu thứ nhất, y là số xe theo mẫu thứ hai (đơn vị là nghìn chiếc). Chi phí sản xuất được cho bởi hàm $C(x,y) = 3x^2 + 4xy + 5y^2$ (đơn vị triệu đồng). Giá bán mỗi xe thuộc mẫu thứ nhất là 34 triệu đồng và giá bán mỗi xe thuộc mẫu thứ thứ hai là 52 triệu đồng.

   (a) Tìm công thức cho doanh thu và lợi nhuận.

   (b) Công ty nên sản xuất với sản lượng mỗi loại là bao nhiêu để có lợi nhuận lớn nhất?

4. (2 điểm) Một cái bồn có dạng hình hộp với chiều rộng 3 mét, chiều dài 4 mét, chiều cao 5 mét chứa đầy nước. Ta cần tính công W tức lượng năng lượng cần thiết để bơm hết nước ra khỏi bồn qua mặt trên của bồn. Mật độ khối lượng của nước là $\rho = 1000$ kg/m^3, hằng số trọng lực là $g = 9{,}8$ m/s^2.

(a) Gọi x là khoảng cách từ một chất điểm trong bồn tới mặt trên của bồn. Giải thích vì sao công để đưa chất điểm này ra khỏi bồn là $x\rho g$.

(b) Thiết lập công thức sau: $W = \int_0^5 x\rho g \cdot 3 \cdot 4 \, dx$. Tính W.

Hết

Đề thi gồm: 2 trang

HỘI ĐỒNG TUYỂN SINH SAU ĐẠI HỌC
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN

ĐỀ THI TUYỂN SINH SAU ĐẠI HỌC NĂM 2015 - ĐỢT 1
(ĐỀ TỰ LUẬN)

MÃ SỐ ĐỀ THI: ...02... **NGÀNH (Chuyên ngành)**: Địa Chất, Hải Dương, Môi Trường, Khí Tượng, Thủy Văn.

MÔN CƠ BẢN: × MÔN CƠ SỞ:

Tên môn thi: TOÁN CAO CẤP I.

Thời gian làm bài: 120 phút (tự luận) **không dùng tài liệu**

Nội dung câu hỏi đề thi:

Câu 1 (2 điểm) Cho hàm số $f(x)=e^x\sin(2x)$.
a) Tính đạo hàm $f'(x), f''(x), f'''(x)$.
b) Tìm khai triển Taylor cấp 3 tại $x_0=0$ của f.

Câu 2 (2,5 điểm) Cho hàm số $f(x,y)=x^3+y^3-12x-27y+2015$.
a) Tính các đạo hàm riêng $f_x(x,y)$, $f_y(x,y)$ và tìm tất cả các điểm tới hạn của hàm f.
b) Phân loại các điểm tới hạn đó.

Câu 3 (2.5 điểm) Đường cong C_1 có phương trình $y=x^2$ định hướng dương từ (0,0) đến (1,1), đường cong C_2 có phương trình $x=y^2$ định hướng dương từ (1,1) đến (0,0). Cho trường vector $F(x,y)=\langle P(x,y),Q(x,y)\rangle=x\vec{j}$, nghĩa là $P(x,y)=0, Q(x,y)=x$.
a) Tính tích phân đường $\int_{C_1} P(x,y)dx+Q(x,y)dy$ và $\int_{C_2} P(x,y)dx+Q(x,y)dy$, suy ra $\int_{C_1\cup C_2} P(x,y)dx+Q(x,y)dy$.
b) Dùng định lý Green để tính diện tích miền bao bởi C_1, C_2.

Câu 4 (3 điểm) Giải các phương trình vi phân sau:

a)(1đ) $\begin{cases} 2y+xy'=\dfrac{1}{x^2} \\ y(1)=2. \end{cases}$

b)(2đ) $\begin{cases} y''+y'-6y=50\sin x, \\ y(0)=1, \\ y'(0)=-8. \end{cases}$

Đề thi gồm: 01 trang

HỘI ĐỒNG TUYỂN SINH SAU ĐẠI HỌC
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN

ĐỀ THI TUYỂN SINH SAU ĐẠI HỌC NĂM 2015-ĐỢT 1
(ĐỀ TỰ LUẬN)

MÃ SỐ ĐỀ THI: 1
NGÀNH(Chuyên ngành): SINH HỌC
MÔN CƠ BẢN: ☒
MÔN CƠ SỞ: ☐
Tên môn thi:Toán Thống kê sinh học
Thời gian làm bài: 120 phút (tự luận) **không sử dụng tài liệu**

Câu 1: (2 điểm)

Tại một xí nghiệp chế biến gia cầm,tỷ lệ số con gà nguyên liệu được mua tại địa phương là 65% với tỷ lệ mắc bệnh là 5% ,phần còn lại mua nơi khác.

a,Nếu kiểm tra ngẫu nhiên lần lượt 3 con gà nguyên liệu mua tại địa phương này, tìm xác suất chỉ có con thứ 3 bị bệnh.

b,Nếu số gà nguyên liệu này có tỷ lệ mắc bệnh là 8,5%,kiểm tra ngẫu nhiên một con được mua ngoài địa phương,tìm xác suất nó bị bệnh.

Câu 2: (3 điểm)

Trồng 100 cây dừa với xác suất sống là 98%.

a,Tìm xác suất có không dưới 96 cây sống.

b,Tính trung bình và độ lệch chuẩn số cây bị chết.

c,Cần phải trồng tối thiểu bao nhiêu cây để xác suất có ít ra một cây chết lớn hơn 80%.

Câu 3: (2,5điểm)

Một khảo sát trọng lượng trứng của một loại gà cao sản ở địa phương MT và MĐ Nam Bộ có số liệu sau:

X(g)	Dưới 40	40-43	43-46	46-49	49-52	52-55	Trên 55
Số trứng ở MT	5	12	20	30	23	18	12
Số trứng ở MĐ	4	17	29	32	22	16	10

Giả thiết X có phân phối chuẩn.

a.Với độ tin cậy 99%; hãy ước lượng:*tỷ lệ* có trọng lượng trên 52(g), *trọng lượng trung bình* của trứng ở MT.

b.Với mức ý nghĩa 1%; *tỷ lệ* có trọng lượng trên 52(g), *trọng lượng trung bình* của trứng ở hai địa phương trên như nhau không?

Câu 4: (2,5điểm)

Khảo sát việc đưa vào sử dụng chương trình đào tạo mới cho học sinh PTTH có kết quả sau:

Kết quả / Giới tính	Khá, giỏi	Trung bình	Yếu,kém
Nam:n_i -số học sinh	161	35	4
Nữ:m_i-số học sinh	219	65	16

Với mức ý nghĩa α=5%:

a.Kết quả đào tạo theo chương trình mới này có bị ảnh hưởng bởi giới tính không?

b,Hiệu quả(tỷ lệ khá,giỏi) của chương trình mới này ở nam và nữ có khác nhau không?

Ghi chú: Cho biết

X có phân phối chuẩn tắc thì:$P(X\leq1,28)=0,90$; $P(|X|\leq1,65)=0,90$; $P(X\leq1,65)=0,95$;

$P(|X|\leq1,96)=0,95$;$P(|X|\leq2,58)=0,99$;$P(X\leq2,58)=0,995$.

Z có phân phối chi bình phương với 2 bậc tự do thì: $P(Z\leq0,05)=0,10$; $P(Z\leq0,95)=5,99$.

Z có phân phối chi bình phương với 6 bậc tự do thì: $P(Z<0,05)=1,64$; $P(Z<0,95)=12,59$.

Đề thi gồm 01 trang

HỘI ĐỒNG TUYỂN SINH SAU ĐẠI HỌC

TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN

ĐỀ THI TUYỂN SINH SAU ĐẠI HỌC NĂM 2015 – ĐỢT 1

(ĐỀ TỰ LUẬN)

MÃ SỐ ĐỀ THI: 1 NGÀNH (Chuyên ngành): Công nghệ thông tin

MÔN CƠ BẢN: ☒ MÔN CƠ SỞ: ☐

Tên môn thi: Toán rời rạc

Thời gian làm bài: 120 phút (tự luận) **không dùng tài liệu**

Câu 1. (1 điểm) Lấy phủ định của mệnh đề sau:

P: Nếu trời mưa và bạn không đến đón thì tôi không đi học.

Câu 2. (1.5 điểm) Cho ánh xạ f: $\boldsymbol{R}^2 \to \boldsymbol{R}^2$ xác định bởi

$$f(x, y) = (3x + 4y, 2x + 3y).$$

Chứng minh rằng f là song ánh và xác định ánh xạ ngược của f.

Câu 3. (1.5 điểm) Bốn người bạn An, Bình, Châu, Danh cùng vào một nhà hàng ở bờ biển. Họ chọn một bàn vuông có 4 chỗ. (Ta coi các chỗ ngồi là khác nhau, vì có chỗ nhìn ra biển, có chỗ gần lối đi …).

a) Có bao nhiêu cách xếp 4 người vào 4 chỗ này?
b) Có bao nhiêu cách xếp để An và Châu ngồi đối diện nhau?

Câu 4. (1 điểm) Tính tổng

$$S_n = 1.2 + 2.2^2 + 3.2^3 + \ldots + n.2^n.$$

Câu 5. (1.5 điểm) Cho $A = \{1, 2, 3, 4\}$ và quan hệ R trên A với

$$R = \{(1, 1), (1, 2), (2, 3), (1, 3), (2, 2), (3, 3), (4, 4)\}.$$

Hỏi R có phản xạ, phản xứng, đối xứng, bắc cầu (truyền) hay không?

Câu 6. (2 điểm) Cho hàm Bool 4 biến

$$f = (x \vee t)(y \vee \bar{t})(x \vee z)(y \vee \bar{z}).$$

a) Vẽ biểu đồ Karnaugh biểu diễn *f*;

b) Tìm công thức đa thức tối tiểu của *f*.

Câu 7. (1.5 điểm) Vẽ cây khung trọng số nhỏ nhất cho đồ thị liên thông có trọng số sau bằng thuật toán Prim xuất phát từ đỉnh *A*. Xác định trọng số nhỏ nhất đó.